

Computational Fluid Dynamics als Ergänzung zu Windkanalmessungen im Brückenbau

Johann Stampler, Dorian Janjic & Andreas Domaingo

TDV Technische Datenverarbeitung GmbH

Gleisdorfergasse 5, A-8010 Graz

Tel.: +43-316-82 15 31-0, Fax: +43-316-82 15 31-12, E-mail: office@tdv.at

ZUSAMMENFASSUNG: Dieser Artikel beschreibt den Einsatz von Computational Fluid Dynamics (CFD) Methoden bei der statischen und dynamischen Analyse von Windeffekten. Das Hauptaugenmerk liegt dabei bei der Betrachtung von Hängebrücken mit großen Spannweiten, da diese besonders empfänglich für winderregte Schwingungen sind. Im Detail wird auf die *Discrete Vortex Method* (DVM) zur Bestimmung der aerodynamischen Eigenschaften eingegangen.

1. EINLEITUNG

Verbesserte Baumethoden und neuartige Materialien ermöglichen zunehmend die Konstruktion von Brücken mit außerordentlich großen Spannweiten. Gleichzeitig kann das Verhältnis von Höhe zu Breite des Hauptträgerquerschnittes – zumindest aus statischer Sicht – immer weiter reduziert werden. Dadurch wird aber die Konstruktion auch empfänglicher für winderregte Schwingungen und Instabilitäten. Deshalb muss im Planungsprozess verstärkt auf die Wechselwirkung der Brücke mit Wind eingegangen werden um die Tragwerkssicherheit bei den am Standort herrschenden Windgeschwindigkeiten zu gewährleisten.

Windkanalmessungen haben sich als zuverlässige Methode zur Untersuchung dieser Wechselwirkungen während der Planungsphase erwiesen. Allerdings ergeben sich dadurch zwei nicht zu vernachlässigende Probleme. Zum einen bringen Windtunneltests einen nicht unerheblichen finanziellen Aufwand mit sich, zum anderen kommt es durch die Einbindung mehrerer Instanzen zu Zeitverzögerungen im Planungsprozess.

Aus diesen Gründen wird derzeit immer öfter auf computergestützte Berechnungen von Windeffekten zurückgegriffen die als Vorbereitung oder parallel zu Windkanalmessungen durchgeführt werden. Die Modellierung am Computer bietet im Allgemeinen die Möglichkeit schnell und unkompliziert die Auswirkung von Modifikationen am Baukörper in Bezug auf eine Wechselwirkung mit Wind zu berechnen. Durch entsprechende numerische und analytische Modelle können sowohl statische als auch dynamische Windlasten berechnet werden. Im vorliegenden Fall dient eine *Discrete Vortex Method* (DVM) zur Beschreibung der Luftströmung um die Brückenquerschnitte. Nachweise und Berechnung von kritischen Geschwindigkeiten

werden für klassisches Flattern, eindimensionales torsionales Flattern, Querschwingung und torsionale Divergenz durchgeführt.

Zunächst wird in Abschnitt 2 die DVM als Lösungsansatz für die Navier-Stokes Gleichungen eingeführt. Abschnitt 3 behandelt die zur Nachweisberechnung notwendigen aerodynamischen Kennwerte und Abschnitt 4 die betrachteten Nachweise selbst. Schließlich wird in Abschnitt 5 ein praktisches Beispiel besprochen.

2. DISCRETE VORTEX METHOD

Als Basis für die numerische Behandlung der Windströmung dient die Navier-Stokes Gleichung für inkompressible Fluide mit konstanter Dichte ρ bei konstanter Temperatur. Diese lässt sich durch Rotorbildung in die sogenannte *vorticity transport equation* (VTE) überführen, für die im Falle zweidimensionaler Querschnitte gilt:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + (u \cdot \nabla) \omega = \nu \nabla^2 u \quad (1)$$

Dabei ist die Vortizität ω der Rotor der Geschwindigkeit u und ν die kinematische Viskosität von Luft. Das Wirbelfeld ω wird durch eine große Anzahl lokalisierter Vortex-Teilchen angenähert:

$$\omega(x) = \sum_i \delta_\sigma(x - x_i) \Gamma_i. \quad (2)$$

Ein Vortex-Teilchen wird dabei durch seine Zirkulation Γ_i und eine am Ort x_i zentrierte Kernfunktion der Ausdehnung σ beschrieben. Der Querschnitt wird in gerade Linienelemente (*panels*) geteilt, entlang derer entweder ein Verschwinden der Tangential- (*no-slip*) oder Normalkomponente (*no-penetration*) der Geschwindigkeit und Erhaltung der Gesamtzirkulation erzwungen wird. Das Wirbelfeld am Querschnittsrand wird durch eine linear variierende Oberflächenzirkulation dargestellt, deren Stärke aus den Randbedingungen bestimmt werden kann.

Die numerische Lösung der VTE erfolgt mit einer *fractional step* Methode, indem sukzessive der Konvektions-Term (zweiter Term auf linker Seite) und der Diffusionsterm (rechte Seite) berechnet werden. Konvektion wird entweder mittels eines Vorwärts-Euler Schemas oder eines Runge-Kutta Verfahrens zweiter Ordnung behandelt, wobei die Geschwindigkeit über die Biot-Savart-Beziehung

$$u(x) = U_\infty - \frac{1}{2\pi} \int \frac{\omega(x_0) \times (x_0 - x)}{|x_0 - x|^2} dx_0 \quad (3)$$

durch die Anströmgeschwindigkeit U_∞ und das Wirbelfeld gegeben ist. Die Diffusion wird mittels eines *random-walks* behandelt.

Die Anwendung der DVM im Brückenbaus wird ausführlich von Morgenthal (2002) und Walther (1994) diskutiert.

3. AERODYNAMISCHE KENNWERTE

3.1 STATISCHE BEIWERTE

Eine entsprechende Dimensionsanalyse der VTE (1) ergibt, dass alle Strömungen die durch die gleiche Reynoldszahl

$$\text{Re} = \frac{U_\infty \ell}{\nu} \quad (4)$$

charakterisiert werden, als gleichwertig betrachtet werden können. Dabei ist ℓ eine typische Länge für den betrachteten Querschnitt. Diesen Umstand macht man sich bei Windkanalmessungen zu Nutzen bei denen ja mit maßstabsgetreuen Modellen der Querschnitte arbeitet. Es zeigt sich das die auftretenden Kräfte durch entsprechende Normierung vom Modell auf den Realbaukörper übertragen werden können.

Um die statische Windlast zu berechnen, werden die dimensionslosen aerodynamischen Koeffizienten C_D , C_L und C_M herangezogen. Diese sind als Verhältnis der Kraft zur durch den Staudruck verursachten Kraft aufzufassen:

$$C_D = \frac{D}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2 \ell_D}, \quad C_L = \frac{L}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2 \ell_L}, \quad C_M = \frac{M}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2 A} \quad (5)$$

Dabei wirkt die Drag-Kraft D längs der Windrichtung, die Lift-Kraft L quer dazu, und M bezeichnet das Drehmoment. Die Massendichte von Luft wird mit ρ bezeichnet. Die Normierungslängen ℓ_D und ℓ_L werden üblicherweise als Höhe H beziehungsweise Breite B des Querschnitts angenommen. Für die Normierungsfläche des Moments gilt normalerweise $A = B^2$.

Zusammen mit den statischen Beiwerten wird die Strouhalzahl St angegeben, um die typische Frequenz der Wirbelablösung am Querschnitt anzugeben. Im Normalfall entspricht diese Frequenz auch jener, mit der alternierende Querkräfte am Querschnitt auftreten. Die Strouhalzahl wird entsprechend

$$\text{St} = \frac{f \ell_{st}}{U_\infty} \quad (6)$$

berechnet, wobei f die Frequenz bedeutet und die Normierungslänge ℓ_{st} in den meisten Fällen gleich der Höhe H des Querschnitts gesetzt wird.

3.2 FLATTERKOEFFIZIENTEN

Unter klassischem Flattern versteht man eine winderregte Schwingung mit zwei Freiheitsgraden bei der vertikale Auslenkung h und Torsion α als gekoppeltes System zu betrachten sind. Für die speziellen Bedingungen wie sie im Flugzeugbau vorherrschen, konnte Theodorsen eine geschlossene analytische Theorie entwickeln. Für typische Brückenquerschnitte wird eine Linearisierung mittels der aeroelastischen Koeffizienten oder *flutter derivatives* H_i^* und A_i^* , $i = 1, \dots, 4$, angegeben (Simiu, 1996):

$$C_{L,ae} = KH_1^* \frac{\dot{h}}{U_\infty} + KH_2^* \frac{B\dot{\alpha}}{U_\infty} + K^2 H_3^* \alpha + K^2 H_4^* \frac{h}{B} \quad (7)$$

$$C_{M,ae} = KA_1^* \frac{\dot{h}}{U_\infty} + KA_2^* \frac{B\dot{\alpha}}{U_\infty} + K^2 A_3^* \alpha + K^2 A_4^* \frac{h}{B} \quad (8)$$

Die dynamische Lift-Kraft and das Moment werden zusätzlich zu den statischen Kräften analog zu (5) normiert angegeben. Die Schwingungsfrequenz wird mittels der reduzierten Frequenz $K = \omega B/U_\infty$ ausgedrückt. Die Flutterkoeffizienten sind frequenzabhängig und werden meistens als Funktion der reduzierten Geschwindigkeit $v_r = 2\pi/K$ angegeben. Die Definition der vertikalen und torsionalen Auslenkung h und α wird aus Abbildung 1 ersichtlich. Aus Konsistenzgründen mit der Theodorsentheorie, werden horizontale Auslenkung und Liftkraft mit positivem Wert nach unten angegeben. In einigen Fällen wird zusätzlich mit einem Faktor 0.5 auf der linken Seite gerechnet.

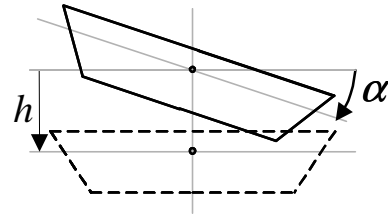


Abbildung 1: Vertikale und torsionale Auslenkung bei klassischem Flattern.

Zur Bestimmung der Flutterkoeffizienten mittels CFD betrachtet man eine reine vertikale Schwingung des Querschnitts oder eine Torsionsschwingung um eine Achse normal zur Querschnittsebene. Als resultierende Lift-Kraft und Moment kann in diesem Fall eine phasenverschobene harmonische Schwingung erwartet werden. Aus der Schwingungsamplitude und Phasenverschiebung können die aeroelastischen Parameter entsprechend den Modellgleichungen (7) und (8) bestimmt werden (Larsen, 1998). Im Windkanal wird meistens mit elastisch aufgehängten Modellen gearbeitet. Anders als bei statischen Messungen, bei denen mit der Reynoldszahl nur ein Ähnlichkeitsparameter zu beachten ist, müssen bei solchen Messungen 15 Parameter beachtet werden. Eine kurze Zusammenfassung der Messprozedur findet sich z.B. in Lechner (2006).

4. NACHWEISE

4.1 GALLOPING

Unter Galloping versteht man eine selbsterregte Schwingung mit Schwingungsrichtung normal zum Wind. Laut Simiu (1996) ist ein notwendiges Kriterium für das Auftreten von Galloping das sogenannte Glauert-Den Hartog Kriterium

$$[C'_L(0) + C_D(0)] < 0 \quad (9)$$

das im Fall $\ell_D = \ell_L$ gilt. Im allgemeinen Fall ist das Glauert-Den Hartog Kriterium durch

$$\left[C'_L(0) + \frac{\ell_D}{\ell_L} C_D(0) \right] < 0 \quad (10)$$

zu ersetzen.

4.2 DIVERGENZ

Bei gestreckten Querschnitten wie z.B. Brückenquerschnitten steigt das wirkende Drehmoment durch Windkräfte im Allgemeinen mit steigendem Angriffswinkel. Bei zu geringer Torsionssteifigkeit des Hauptträgers kommt es zu einer Instabilität bezüglich des Verdrehungswinkels. Dieses Phänomen tritt bei einer kritischen Geschwindigkeit

$$U_{c,div} = \sqrt{\frac{2k_\alpha}{\rho A C_m^*(0)}} \quad (11)$$

auf, wobei k_α die Torsionssteifigkeit und A die Normierungsfläche für den statischen Koeffizienten C_M ist. In der praktischen Anwendung wird normalerweise die Eigenform der niedrigsten Frequenz untersucht, so dass für die Torsionssteifigkeit im Allgemeinen $k_\alpha = I \omega_\alpha^2$ angenommen werden kann. Dabei ist I das verallgemeinerte Trägheitsmoment und $\omega_\alpha = 2\pi f_\alpha$ die Kreisfrequenz der betrachteten Eigenform mit Frequenz f_α .

4.3 KLASSISCHES FLATTERN

Als klassisches Flattern wird gekoppeltes vertikales und Torsionsschwingen bezeichnet. Man sucht also nach stabilen Lösungen des Systems

$$\begin{aligned} m \left[\ddot{h} + a \ddot{\alpha} + 2\zeta_h \omega_h \dot{h} + \omega_h^2 h \right] &= L_h \\ I \left[\frac{a}{r_g^2} \ddot{h} + \ddot{\alpha} + 2\zeta_\alpha \omega_\alpha \dot{\alpha} + \omega_\alpha^2 \alpha \right] &= M_\alpha \end{aligned} \quad (12)$$

Dabei stehen h und α für vertikale und Torsionsauslenkung, die zugehörigen Frequenzen beziehungsweise kritischen Dämpfungen werden mit ω und ζ bezeichnet. Eine mögliche Abweichung des Drehmittelpunktes vom Schwerpunkt wird durch Exzentrizität a und Gyrationradius r_g beschrieben. Die aerodynamischen Kräfte L_h und M_α werden gemäß (7) und (8) aus den Flatterkoeffizienten berechnet.

Für das Gleichungssystem werden harmonische Schwingungen als Lösungen angesetzt. Dadurch erhält man ein Gleichungssystem für die Schwingungsamplituden h_0 und α_0 . Für stabile Lösungen muss dessen Determinante verschwinden. Daraus ergibt sich ein komplexwertiges charakteristisches Polynom vierter Ordnung in der unbekanntem Flatterfrequenz ω , das unter der Annahme einer reellwertigen, positiven Schwingungsfrequenz in zwei reellwertige Polynome zerfällt. Simultane Lösungen für beide Polynome können nur für gewisse kritische Geschwindigkeiten $U_{c,2dof}$ gefunden werden. Eine detaillierte Herleitung zur Ermittlung der kritischen Geschwindigkeit findet sich in Walter (1994) und Simiu (1996).

4.4 TORSIONALES FLATTERN

Wenn ein ausgeprägter Vorzeichenwechsel des Flatterkoeffizienten A_2^* vorliegt besteht die Möglichkeit, dass es zu einer reinen Drehschwingung kommt (Simiu, 1996). Da A_2^* als zusätzliche Dämpfung betrachtet werden kann, besteht bei positiven Werten die

Möglichkeit, dass die Gesamtdämpfung null oder negativ wird. In diesem Fall kann aus der zweiten Bewegungsgleichung (12) eine notwendige Bedingung für des Auftreten von torsionalem Flattern hergeleitet werden:

$$A_2^* = \frac{4\zeta_\alpha I}{\rho A \ell_F^2} \quad (13)$$

Aus der zugeordneten reduzierten Geschwindigkeit kann dann die kritische Geschwindigkeit für eine gegebene Eigenfrequenz berechnet werden.

5. BEISPIEL: GREAT BELT BRIDGE

Der Querschnitt der Great Belt – oder Storebøelt – Bridge (vgl. Abbildung 2) , einer Hängebrücke mit 1624 m Spannweite in Dänemark, ist ein sehr gut dokumentiertes Beispiel für die Berechnung von Windeffekten mittels CFD (Larsen, 1994 und Morgenthal, 2000). Aufgrund der großen Abmessungen mit einer Breite $B = 31$ m und einer Höhe $H = 4.34$, sind im Windkanal maximal Reynoldszahlen bis etwa $Re = 10^5$ zugänglich. Um Vergleiche zuzulassen, wurden die CFD Berechnungen bei der gleichen Reynoldszahl durchgeführt. Die Strukturdaten für die Windnachweise sind nach Walther (1994) in Tabelle 1 angegeben.

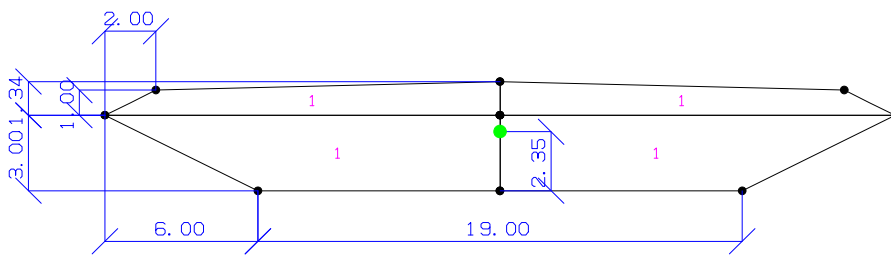


Abbildung 2: Schema des Querschnitts der Great Belt Bridge. Der grüne Punkt kennzeichnet den Schubmittelpunkt.

ρ	m	I	f_h	f_α
[kg/m ³]	[kg/m]	[kg m]	[Hz]	[Hz]
1.2	$17.8 \cdot 10^6$	$2.173 \cdot 10^8$	0.099	0.186

Tabelle 1: Strukturdaten zur Berechnung der Windnachweise für die Storebøelt Brücke.

Die Ergebnisse der Berechnung für die statischen Koeffizienten sind in Abbildung 3 veranschaulicht. Ein Vergleich mit Arbeiten von Walther (1994) und Morgenthal (2002) zeigt eine gute Übereinstimmung der einzelnen Koeffizienten. Die Strouhalzahl bei waagrechttem Windeinfall beträgt $St = 0.12$, was in guter Übereinstimmung mit Literaturwerten zwischen 0.08 und 0.25 liegt (vgl. Morgenthal, 2000). Wie man am Verlauf des Lift-Koeffizienten (rote Linie) erkennen kann, ist die Steigung im Bereich von -10° bis $+8^\circ$ positiv, so dass kein Galloping zu erwarten ist. Im restlichen Bereich bis $+10^\circ$ ist das Gefälle nicht groß genug, um nach dem Kriterium (10) zu Galloping führen zu können.

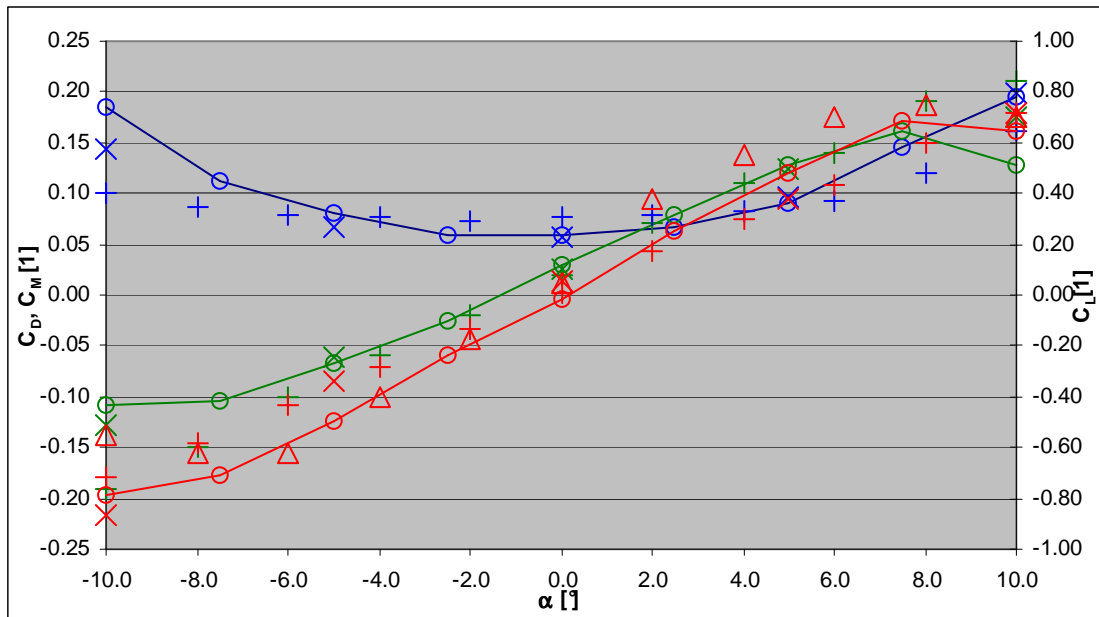


Abbildung 3: Statische Koeffizienten C_D (blau), C_L (rot) und C_M (grün) der Storebøelt Brücke in Abhängigkeit von der Windrichtung. Als Vergleich zu den Ergebnissen der vorliegenden Methode (o) sind Ergebnisse von Walther (1994, x), Morgenthal (2002, Δ) und Reinhold (1992, +) angegeben.

Um die kritische Divergenzgeschwindigkeit zu berechnen, wird zunächst die Steigung des statischen Koeffizienten für das Drehmoment ermittelt

$$C'_M(0) \approx \frac{C_M(2.5^\circ) - C_M(-2.5^\circ)}{5^\circ} \approx 1.2 \frac{1}{\text{rad}} \quad (13)$$

Die Auswertung von Gleichung (11) ergibt eine kritische Divergenzgeschwindigkeit $U_{c,div} = 65.5 \text{ m/s}$.

Die Flutterkoeffizienten wurden entsprechend dem in Abschnitt 3.2 vorgestellten Verfahren ermittelt. Die Ergebnisse sind in Abbildung 4 zusammen mit Vergleichswerten einer anderen DVM Berechnung (Larsen, 1994) dargestellt. Zu Vergleichszwecken wurden die errechneten Koeffizienten mit einem Faktor 0.5 multipliziert. Wieder ergibt sich eine gute Übereinstimmung.

Die Auswertung für klassisches Flattern ergibt für verschwindende kritische Dämpfung $\zeta_h = \zeta_\alpha = 0$ nach der Methode aus Abschnitt 4.3 eine kritische Geschwindigkeit $U_{c,2dof} = 41.8 \text{ m/s}$. Reinhold (1992) ermittelte im Windtunnel einen Wert $U_{c,2dof} = 37.6 \text{ m/s}$. Bei einer Erhöhung der kritischen Dämpfung auf 0.5% ergibt sich eine leicht erhöhte kritische Geschwindigkeit von $U_{c,2dof} = 43.0 \text{ m/s}$.

Wie am Verlauf des Koeffizienten A_2^* ersichtlich ist besteht für den betrachteten Querschnitt keine Möglichkeit des torsionalen Flatters, da die effektive Dämpfungskonstante stets positiv bleibt.

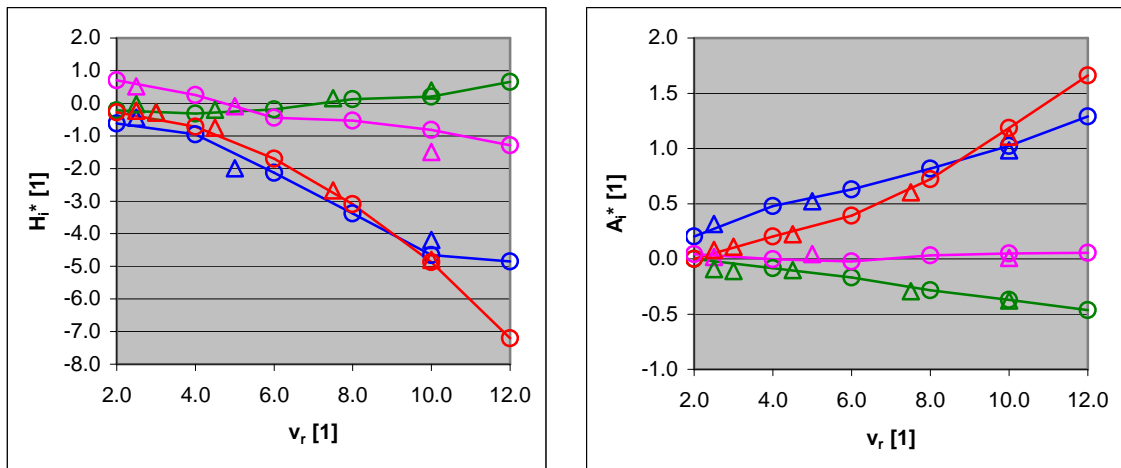


Abbildung 4: Flutterkoeffizienten H_1^* , A_1^* (blau), H_2^* , A_2^* (grün), H_3^* , A_3^* (rot) und H_4^* , A_4^* (rosa) in Abhängigkeit von der reduzierten Geschwindigkeit v_r . Zum Vergleich mit der verwendeten DVM (o) sind Ergebnisse von Walther (Δ) angegeben.

Der zeitliche Verlauf des Lift-Koeffizienten ist in Abbildung 5 für verschiedene Situationen dargestellt: einmal für ruhenden und einmal für vertikal schwingenden Querschnitt dessen Frequenz durch die reduzierte Geschwindigkeit $v_r = 4$ gekennzeichnet ist. Der Verlauf für den ruhenden Querschnitt kann nach einer Einschwingphase durch eine Schwingung angenähert werden, deren Frequenz durch die Strouhalzahl gegeben ist. Für den schwingenden Querschnitt kann diese Frequenz ebenfalls wieder identifiziert werden, wird allerdings von einer Schwingung überlagert, deren Frequenz der Anregungsfrequenz entspricht. Aus Amplitude und Phasenverschiebung wurden nach Gleichung (7) die Flutterkoeffizienten H_1^* und H_4^* berechnet.

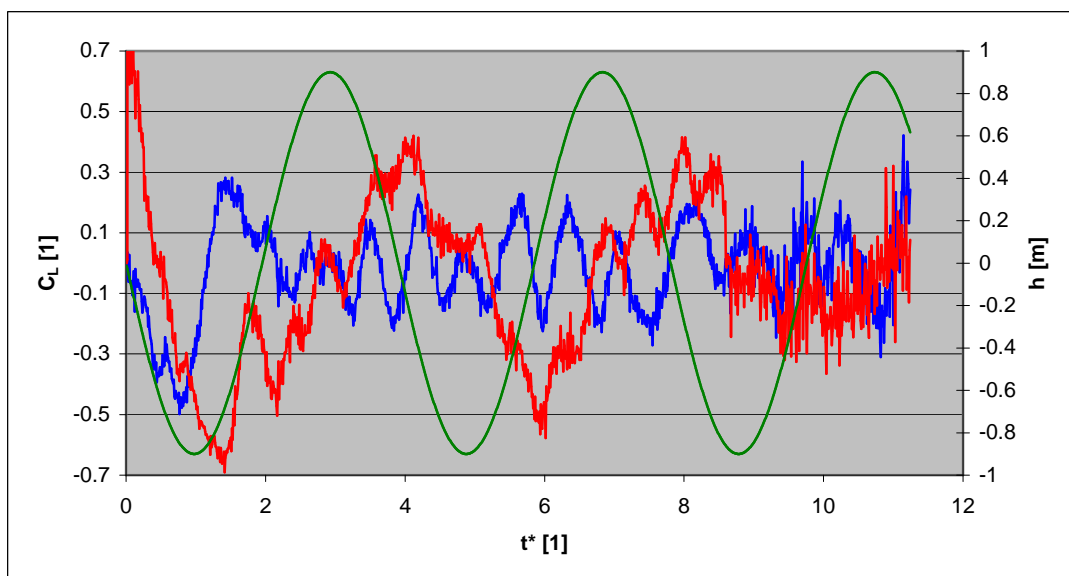


Abbildung 5: Zeitverlauf des Lift-Koeffizienten C_L in Abhängigkeit von der dimensionslosen Zeit t^* für statischen Querschnitt (blau) und vertikal schwingenden Querschnitt (rot). Die grüne Kurve zeigt zum Vergleich die vertikale Auslenkung h .

5. SCHLUSSBEMERKUNGEN

Die Ergebnisse des betrachteten Beispiels zeigen gute Übereinstimmung mit anderen Veröffentlichungen sowohl theoretischer als auch praktischer Natur. Speziell im Hinblick auf die Rechenzeit, die auf einem Rechner mit zwei Dual-Core Prozessoren à 2.67 GHz weniger als drei Stunden beträgt, erweist sich die computergestützte Berechnung von Windeffekten als überaus sinnvoll in frühen Konstruktionsphasen. Solange die Querschnittsform nicht festgelegt ist, können somit schnell und unkompliziert mit ausreichender Genauigkeit Auswirkungen von Veränderungen am Querschnitt untersucht werden.

In der finalen Bauplanung können die Ergebnisse von computergestützten Berechnungen mit Winkanalmessungen kombiniert werden, um optimale Sicherheit zu gewährleisten.

SCHRIFTENVERZEICHNIS

- Larsen, A., Walther, J.H., 1998, Discrete vortex simulation of flow around five generic bridge deck sections, *J. Wind Eng. Ind. Aerodyn.*, 77 & 78, S. 591 - 602.
- Lechner, B., 2006, Aerodynamische Untersuchungen eines Modells der Hardangerbrücke im Windkanal des K+vif mit einer 5-Komponentenwaage, Messbericht, K+vif:Graz.
- Morgenthal, G., 2000, Comparison of Numerical Methods for Bridge-Deck Aerodynamics, MPhil Thesis, University of Cambridge, Cambridge.
- Morgenthal, G., 2002, Aerodynamic Analysis of Structures Using High-resolution Vortex Particle Methods, PhD Thesis, University of Cambridge: Cambridge.
- Reinhold, T.A, Brinch, M., Damsgaard, A., 1992, Wind tunnel tests for the Great Belt Link. In: *Proceedings of the First International Symposium on Aerodynamics of Large Bridges*, S. 255 - 267.
- Simiu, E., Scanlan, R.H., 1996, *Wind Effects on Structures*, third edition, John Wiley & Sons: New York.
- Walther, J.H., 1994, Discrete Vortex Method for Two-Dimensional Flow past Bodies of Arbitrary Shape Undergoing Prescribed Rotary and Translational Motion, PhD Thesis, Technical University of Denmark: Lyngby